

프랙털 기하학을 응용한 의상디자인 연구

Fashion Design from Fractal Geometry

이진·장남경*

Lee, Jin · Jang, Namkyung⁺

이화여자대학교 디자인대학원 의상디자인 전공 석사과정

한세대학교 디자인학부 섬유패션디자인 전공 강사⁺

Master student, Fashion Design Major, Graduate School of Design, Ewha Womans University

Full-time Lecturer, Textile and Fashion Design Major, Hansei University⁺

Abstract

The purpose of this study was to express design motive by the application of fractal geometry through digital textile printing(DTP), and then apply it to fashion design. Through this process, this study intended to develop unique pattern and create value-added fashion. The results of this study were as followings:

First, 'Kai's Power Tools(KPT)' can create a great number of different fractal images with one image. This can be an important tool to create unique and creative textile design pattern. Second, the characteristics of fractal images such as variation, proportion, and self-similarity can represent various impressions according to different views when they are applied to fashion. Third, the expressions of fractal images generated by computer and Digital Textile Printing(DTP) were simple and convenient so that they could produce fashion design within a short period. These aspects correspond to the recent fashion trend, pursuing shorter fashion cycle, and emphasize the importance of personal taste.

Furthermore, it seems that combination of the fractal images and their formative properties promotes a new artistic motivation. The fashion design, applying the fractal images to its expression can be developed into an advanced design which creates the harmony of art and science.

Key Words : Fractal Geometry, 'Kai's Power Tools(KPT), Digital Textile Printing(DTP), Fashion Design

I. 서론

1. 연구 목적

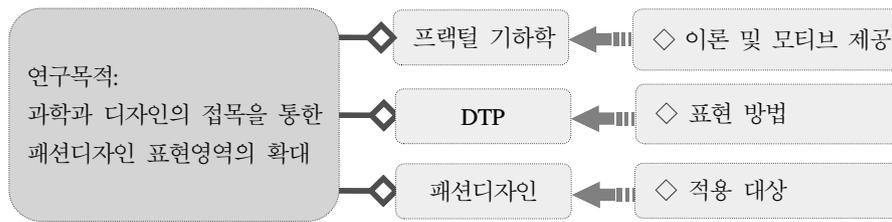
21세기 과학 기술과 컴퓨터의 발달은 현대 사회의 다양성과 복잡성을 가능하게 하였다. 인간사회와 마찬가지로 자연계 역시 복잡한 형태와 현상을 가지고 있고 이러한 복잡성을 단순화시키는 과정에서 우리는 어떠한 원리를 발견할 수 있는데, 그 대표적인 것이 ‘프랙털 (Fractal)’이다.¹⁾ 프랙털이란 특정한 규칙에 따라 무한히 반복 했을 때 부분이 전체와 닮은 복잡한 과학 현상으로 나타나며, 현재의 발달된 과학은 이 복잡한 현상의 원리를 단순화시키고 해석할 수 있게 하였다. 과학의 발달은 인간의 가시범위에 속하지 않았던 자연현상이나 물질을 가시범위 속으로 끌어들이어 인간의 육안으로 감지 할 수 없었던 극미한 세계의 프랙털 형태를 발견할 수 있는 기회를 제공해 주었다고 할 수 있다.²⁾ 과거에는 예술과 과학을 명확하게 정의하고 분별하여 범주화시켰으나 현대에는 정치, 경제, 사회, 문화, 과학, 예술 등의 모든 영역에서 타 분야와의 상호 이해와 교류를 가져오면서 각각의 분야는 서로 연관성을 지닌 유기체적인 관계로 인식하고 있다. 실제로 과학 분야의 프랙털 기하학 이론을 토대로 한 조형원리는 예술 분야의 디자인에 이용될 수 있다. 즉, 과학이 예술 분야에 있어 새로운 사고와 접근 방식의 매개체 역할을 할 수 있다는 것이다. 항상 새로움을 추구하는 디자인 영역에 있어 무한한 조형적 가능성을 제시하고 있는 프랙털 기하학의 원리를 패션에 접목시키는 것은 의미 있는 시도가 될 수 있다고 본다.

이에 본 연구에서는 프랙털 기하학에 기초하여 과학과 디자인의 접목을 시도하고자 한다. 본 연구의 목적은 과학이론인 프랙털 기하학에서 얻은 디자인 모티브를 다품종 소량생산에 적합한 새로운 과학기술인 디지털 날염 프린팅(DTP)을 통해 표현하고 이를 패션디자인에 적용함으로써 디자인의 표현 영역을 확대하는 동시에 패션디자인에 적용이 가능한 독창적인 패턴을 개발하여 고부가 가치의 패션을 창조하는 것이다. 디지털기술과 패션의 결합은 디자이너에게 새로운 창의력의 가능성을 제공하며, 산업에서 디자이너에 의해 실제적으로 어떻게 사용될 수 있는가는 과학기술의 수명에 중요한 포인트이다³⁾. 프랙털 기하학을 의상디자인에 응용하는 것은 자연 과학을 예술의 형태로 재창조한 측면에서 무한한 응용, 발전 가능성이 있는 영역으로 기대되며, 이를 통해 과학과 예술의 상호이해와 교류를 통한 인간, 과학, 그리고 예술의 조화로운 발전을 추구할 수 있을 것이다.

1) 김용운, 김용국 (1998). *프랙털과 카오스의 세계*, 우성출판사.

2) 송록영 (2006). 프랙털 기하학에 근거한 텍스타일디자인 연구. *한국기초조형학회지* 7(1), p.311

3) Campbell, J. & Parsons, J. (2005). Taking advantage of the design potential of digital printing technology for apparel. *Journal of Textile and Apparel Technology Management*, 4(3)



<그림 1> 연구의 개념도

2. 연구 내용 및 방법

본 연구는 문헌고찰을 통한 이론적 배경과 그것을 토대로 한 디자인 프로세스로 진행되었다. 첫째, 본 연구의 이론적 배경이 되는 프랙털 기하학에 대한 고찰에서는 프랙털 기하학의 개념과 유형에 대해 알아보고, 프랙털을 이루는 다양한 조형원리를 프랙털 예술작품들과 함께 살펴보았다. 둘째, 컴퓨터를 이용하여 프랙털 모티브 생성시키는 방법들에 대해 알아보고, 프랙털 프로그램으로써 널리 사용되고 있는 Kai's Power Tools(KPT)를 응용하여 다양한 프랙털 프로그램을 생성하였다. 이렇게 KPT 프로그램을 이용하여 조형원리에 입각해 다양하게 생성된 프랙털을 토대로 작품의 모티브를 얻어내었다. 셋째, 프랙털 프로그램으로 부터 얻은 프랙털 모티브를 디지털 날염 프린팅기법을 이용해 프린트함으로써 패브릭을 완성하였다. 위의 과정들을 토대로 의상디자인을 개발하여, 총 6벌의 의상을 제작하였다.

II. 이론적 배경

1. 프랙털 기하학에 대한 고찰

1) 프랙털 기하학의 개념

프랙털(Fractal)이란 말은 ‘부서지다’라는 라틴어 동사 ‘frangere’에서 파생한 ‘부서진 상태’를 뜻하는 형용사인 ‘fractus’에서 유래되었다. 1975년에 미국 IBM 의 Thomas J. Watson 연구소의 연구원이었던 만델브로트(Benoit B. Mandelbrot)가 프랙털 이론의 창시와 함께 ‘프랙털’이라는 용어를 만들어 냈다⁴⁾. 기존의 유클리드 기하학에서 자연의 형상이 직선, 곡선, 원, 평면 등으로 표현되고 사물이 정수로 표시되는 차원을 가진다. 구면이나 정육면체나 그 밖의 입체들은 3차원이고, 정사각형이나 그 밖의 평면도형들은 2차원이며, 직선과 곡선은 1차원이고, 점들은 0차원이다. 이에 반해 만델브로트는 자연을 그의 기하학 관점으로 새롭게 해석하면서 새로운

4) 위키백과사전. 자료검색일 2008년 4월 16일. 자료출처 <http://ko.wikipedia.org>

기하학의 필요성을 제기하였다. 그는 ‘구름은 둥글지 않고 산은 원추형이 아니며, 나무껍질은 반듯하지 않고, 번개는 직선으로 이동하지 않는다.’라고 생각하여 모든 우주 만물은 하나의 단순화된 형상이 아닌 울퉁불퉁하며, 둥글지 않고, 매끄럽지 않은 그런 형상이라고 판단하면서 이를 표현할 수 있는 새로운 대안을 제시하였는데 이것이 바로 프랙털이다.⁵⁾ 프랙털 곡선은 얼마나 많이 움직이느냐에 따라 1차원과 2차원 사이의 어느 차원이나 될 수 있다. 곡선이 직선과 유사할수록 더 매끄럽고 프랙털 차원은 1에 가까워지고, 거칠게 움직여 거의 평면을 채워가는 곡선은 2에 가까운 프랙털 차원을 가진다.

단순히 자기유사한 구조가 순환되어 반복되고 있는 형태를 말하는 ‘프랙털’이라는 용어가 만델브로트에 의해 만들어진 이 후 자기닮음과 소수차원을 그 특성으로 하는 ‘프랙털 기하학’이라는 학문적 용어로 발전하였다. 프랙털 기하학이 정수가 아닌 분수(Fractional) 차원을 가진다는 의미에서 프랙털 용어를 만들었다는 설도 있다.⁶⁾ 따라서 프랙털 기하학이란 기존 유클리드 기하학으로는 설명할 수 없는 복잡한 자연 현상을 모델링하는 새로운 도구로써 자기유사성과 순환성, 소수차원을 갖는 도형을 밝히는 학문으로 요약할 수 있다. 프랙털 도형은 최초의 직선이나 도형에 규칙이 주어지고 이것을 어떤 비율로 축소해 가면서 적당한 규칙에 따라 무한히 반복했을 때 얻어진다.⁷⁾ 많은 경우에 프랙털은 컴퓨터로 계산된 작업에 의한 반복되는 패턴으로 이루어지는데⁸⁾, 프랙털 기하학은 질서와 불규칙성을 같이 가질 수 있는 프랙털 도형을 다루는 학문으로 과학, 공학, 컴퓨터 예술 등에 다양하게 적용된다.⁹⁾

2) 프랙털 기하학의 유형

프랙털은 형상화 시키는 방법에 따라 결정형 프랙털과 비결정형 프랙털로 나눌 수 있다. 결정형 프랙털은 자신의 모양을 몇 단계에 걸쳐서 재귀적으로 수학적 규칙에 따라 축소시키고 회전시켜서 만들어지는 프랙털이고, 비결정형 프랙털은 형상의 일부분을 계속 확대할 때 전체 모습과 통계적으로 유사한 형상을 갖는 프랙털이다.¹⁰⁾ 결정형 프랙털의 예를 들면 칸토르 먼지, 코흐 곡선, 코흐 눈송이, 시어핀스키 삼각형, 시어핀스키 양탄자, 피타고라스 나무 등이 있다. 비결정형 프랙털의 예는 자연 세계에서 흔히 볼 수 있으며, 브로컬리, 콜리플라워, 기관지, 뇌, 고사리, 나무, 해바라기, 벌집, 소라 껍질, 눈꽃송이, 해안, 강줄기 등이 있다.

5) 위의 책.

6) 위의 책.

7) 김용운, 김용국. 앞의 책. p37

8) 홍수화 (2001). 카오스 프랙털 패러다임에 기초한 컴퓨터그래픽 작품의 세계관에 관한 연구, *국민대학교 커뮤니케이션디자인학회*, 8, p.54

9) 위키백과사전. 자료검색일 2008년 4월 18일. 자료출처 <http://ko.wikipedia.org>

10) fractal art of fractal, 자료검색일 2008년 4월 18일. 자료출처 <http://www.afractal.com/fractal.htm>

프랙털에서 어느 부분을 확대를 해도 전체 모양과 같은 모양을 얻을 수 있는데, 이러한 성질을 ‘자기 유사성(Self-Similarity)’이라고 한다.¹¹⁾ 이러한 자기 유사성이 프랙털의 기본 속성이라고 한다면 여기에 첨가해야할 개념이 바로 끊임없이 자기 복제를 반복하는 ‘순환성(Recursiveness)’이다. 이는 아주 간단한 수학적식인 $z=z^2+c$ 에서 출발한다. z 와 c 는 복소수 즉, 실수와 허수의 합으로 이루어지는 수라는 점을 제외하면 아주 간단한 수학적식이다. 이 간단한 수학적식으로부터 만델브로트 집합, 줄리아 집합이라고 기본적인 프랙털 도형이 탄생되었다. 이렇게 수학적식으로부터 유도되어 프랙털 기하학의 근간이 되는 만델브로트 집합과 줄리아 집합과 결정형 프랙털인 코흐 곡선과 시어핀스키 개스킷 등에 대해 알아보면 다음과 같다.

(1) 만델브로트 집합(Mandelbrot Set)

수학적 프랙털 중 일반에게 가장 널리 알려진 것은 만델브로트의 프랙털로 처음으로 시각적으로 표현하고 연구를 시작한 만델브로트의 이름을 따서 명명하게 되었다.¹²⁾ 프랙털의 자기 유사성, 순환성 외에 ‘알고리즘의 단순성’이라는 특징도 가지고 있다. 즉 간단한 수학적식 $z=z^2+c$ 의 반복 계산 결과가복잡한 개념이 아닌 ‘ z 가 발산하느냐 수렴하느냐’와 ‘허수 $i^2=-1$ ’이라는 것으로 단순화 된다. 만델브로트는 이러한 단순한 방정식에서 나오는 값의 증가에 관심이었는데, 그는 특정한 c 값에서는 방정식에서 나오는 허수(i)의 값이 계속 증가할 것임을 알았다. 그러나 어떠한 c 값에서는 그 허수의 값이 아주 작은 두 허수 사이를 왕복한다는 것을 발견하였다. 그래서 그는 컴퓨터를 이용, 허수 값이 무한히 발산하지 않는 각각의 c 값을 화면 위에 점으로 표현했고, 그 결과로 ‘만델브로트 집합’이라는 그림이 도출되었다.¹³⁾ <그림 3>이 바로 만델브로트 집합에 의해 생성된 모형이다. 어떻게 보면 납작하게 눌린 벌레의 가장자리에 수많은 촉수가 달린 모습 같기도 하고, 어떻게 보면 잉크의 얼룩과도 같은 이 그림은 기존의 정사각형이나 정삼각형, 원 같은 순수한 기하학적 형태와는 거리가 먼, 뚜렷한 유기적 형태였다.

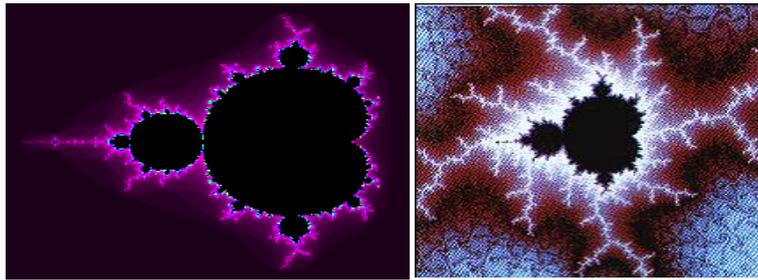
(2) 줄리아 집합(Julia Set)

만델브로트 집합과 함께 프랙털의 양대 산맥을 형성하는 것이 바로 줄리아 집합(Julia Set)이다. 줄리아 집합은 만델브로트 집합이 나타나기 훨씬 전인 1918년 프랑스의 수학자인 가스통 줄리아(Gaston Julia)에 의해 발표되었다.¹⁴⁾ 줄리아 집합은 복소평면에서 표현되는데, 임의

11) 위의 책

12) 김희수 (1995). 프랙털 기하학의 이해와 디자인에의 응용가능성에 관한 연구, 이화여자대학교, 석사학위논문, p.15

13) Peitgen, J. et al. (1991). *Chaos and Fractal*, Springer-Verlag, p.34

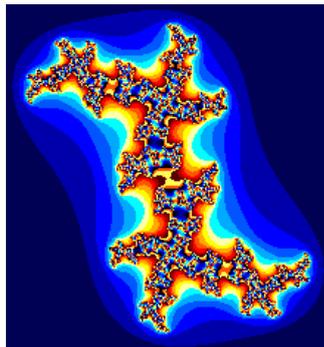


<그림 2> 만델브로트 집합

의 복소수 x 를 제공한 후 그 값에 정해진 상수를 더하는 방법(x^2+c)으로 그 결과를 다시 제공하고 다시 상수를 더하는 연산($(x^2+c)^2+c$)을 계속하면서 나온 값들을 복소평면 상에 나타낸 것이 바로 줄리아 집합이다. 즉, 수학적 $z=z^2+c$ 에서 z 를 발산시키지 않는 c 값들의 모임이 만델브로트 집합이라면, c 값을 고정시킨 상태에서 z 를 발산시키지 않는 z 값들의 모임이 바로 줄리아 집합이다.¹⁵⁾

(3) 코흐 곡선(Koch Curve)

아름다운 프랙털 도형의 대표적인 예인 코흐 곡선은 1904년 스웨덴의 수학자 코흐(Helge



<그림 3> 줄리아 집합

von Koch)에 의해서 제안되었다. 코흐 곡선은 주어진 연산을 반복적으로 수행한 결과로 작은 스케일로 자기 유사성을 띄는 구조를 말한다.¹⁶⁾ <그림 4>와 같이 한 변의 길이가 1인 선분을 3등분하여 길이 1/3의 선분 3개로 나눈다. 그 중의 한 개의 길이(1/3)를 변 길이로 하는 정삼각형의 다른 두 변에 상당하는 변으로 만든다. 이러한 일련의 조작을 반복해서, 길이 1의 선분은 양쪽 끝 위치는 유지한 채로, 길이 1/3의 선분 4개로 이루어지는 접히는 선을 만든다. 이 조작을 반복해서 모든 선분에 적용하여 무한하게 되풀이하였을 때의 극한이 코흐 곡선이다.¹⁷⁾ 2차원의 정삼각형을 이용하여도 코흐 곡선을 만

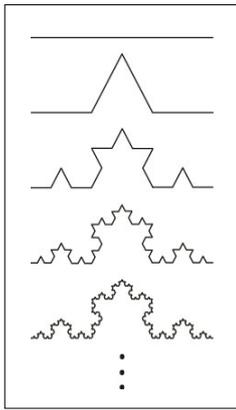
들 수 있다. 한 변의 길이가 1인 정삼각형을 다음과 같이 각 변을 3등분하여 가운데에 모양이 같은 삼각형을 만드는 과정을 반복하면 <그림 5>와 같이 눈꽃송이 모양의 모양이 나타나는

14) 김선아, 김혜연, (2001). 프랙털 프로그램을 응용한 패션 일러스트레이션 연구, 복식 51(2), p.184

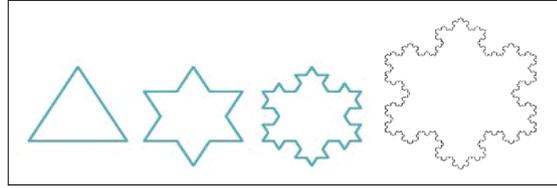
15) 앞의 책. 자료검색일 2008년 4월 18일. 자료출처 <http://www.afractal.com/fractal.htm>

16) 김선아 (1999). 컴퓨터 프로그램을 활용한 패션 일러스트레이션 연구, 이화여자대학교, 석사학위논문, p.18

17) Peitgen J. et al. (1991). 신인선, 류희찬 옮김, (1998). 수학교사를 위한 프랙털 기하, 경문사. p114



<그림 4> 코흐곡선의 형성 과정



<그림 5> 코흐 눈꽃송이의 형성 과정

데, 이 도형은 둘레 길이는 무한히 늘어나면서 일정한 공간(처음 삼각형에 외접하는 원)을 벗어나지 않는다. 물론 서로 교차하지도 않는다. 각 변의 길이가 1인 삼각형에서 각 변의 중앙에 한 변의 길이가 $1/3$ 인 새로운 삼각형을 붙이고 밑변은 제거하는 과정을 되풀이하면, 변의 길이의 합 S 는 $3 \times 4/3 \times 4/3 \times 4/3 \times \dots$ 으로 되어 무한대가 된다. 즉, 유한한 면적 내에 무한한 길이가 포함되어 있는 것이다. 이 코흐 곡선에서 삼각형 둘레에 외접원을 그리면 코흐 곡선이 절대로 원 밖으로 그려지지 않는다.

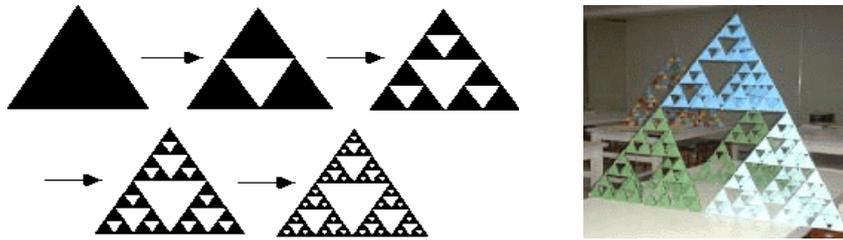
(4) 시어핀스키 개스킷(Sierpinski Gasket)

대표적인 자기 닮음 도형인 시어핀스키 개스킷 또는 시어핀스키 삼각형(Sierpinski Triangle)은 1917년 경 폴란드의 수학자 와클로 시어핀스키(Waclaw Sierpinsky)의 이름을 딴 것이다.¹⁸⁾ <그림 6>에서 보는 바와 같이 시어핀스키 삼각형은 불규칙적이라기보다 오히려 규칙적인 알고리즘을 가지고 있다. 검정색의 임의의 정삼각형에서 시작해보면 먼저 주어진 삼각형의 변의 중점을 꼭지점으로 하는 삼각형을 그려 합동인 4개의 작은 정삼각형을 만들고, 가운데 있는 작은 정삼각형을 제거하여 3개의 정삼각형만 남긴다. 이때, 작은 정삼각형의 한 변의 길이는 처음 삼각형의 $1/2$ 이고 넓이는 $1/4$ 가 된다. 남아있는 3개의 검정색의 정삼각형들에서 위의 과정을 반복하여 시행하고 이러한 과정을 무한히 되풀이 하면 평면상에 점들의 집합이 나타나는 데 이것이 시어핀스키 삼각형이다.¹⁹⁾ 시어핀스키 삼각형의 특징은 엄밀한 자기 닮음이다. 완성된 시어핀스키 삼각형은 위에 한개, 아래에 두 개인 세 개의 작은 삼각형 부분으로 분해할 수 있는데, 각 부분은 원래 전체 모습과 똑같은 복제이며, 각 부분을 다시 세 개의 더 작

18) Peitgen J. et al. (1991). 앞의 책. p.79

19) Peitgen J. et al. (1991). 신인선, 류희찬 옮김, (1998). 앞의 책. p28

은 삼각형으로 분해한 더 작은 삼각형도 원래 모습과 자기 닮음 도형이라 할 수 있다.



<그림 6> 시어핀스키 삼각형의 형성 과정

3) 프랙털의 조형원리

프랙털 생성 이론에 의해 프랙털 형상으로 구조화하기 위한 조건을 살펴보면 하나의 기본 모형이 무한하게 세분되어야 한다는 것과 길이가 무한하며 분수차원을 갖는다는 것이다. 그리고 반복적인 작업을 통해 그 닮은꼴이 연속되어 점점 규모가 작아진다는 것이다. 많은 프랙털 이론을 다룬 문헌을 토대로 프랙털 기하학의 조형원리를 찾아보면 크게 몇 가지로 나누어 볼 수 있는데, 자기 유사성, 불규칙성, 무작위성, 프랙털 차원, 비선형성, 비예측성 등을 들 수 있다.

(1) 자기 유사성(Self-Similarity)

만델브로트는 자연의 불규칙한 패턴에 관한 연구와 무한히 복잡한 형상에 대한 탐구에서 어떤 지적 교차점을 발견했는데 이것이 바로 자기 유사성이다. 자기 유사성은 모든 축척을 관통하는 대칭성이다. 이것은 회귀, 즉 ‘패턴 안의 패턴’을 의미한다.²⁰⁾ 즉, 규모가 점점 작아지는 방향으로 상세한 모양이 반복되는 것을 의미한다. 이러한 자기 유사성은 프랙털의 기초를 이루고 있으며 이 특성을 엄격하게 지키는 것이 있는가 하면 약간의 변화를 갖는 것도 있다. 자연에서 자기유사성을 볼 수 있는 쉬운 예로 브로컬리를 들 수 있다. 이를 멀리서 보면 그 모양이 잘 정리된 윤곽을 볼 수 있다. 그러가 가까이 보면 그 매끈한 윤곽이 사라지고 불규칙한 구조가 나타나는데, 이를 배율을 크게 해서 자세히 들여다보면 처음과 유사한 형태가 반복됨을 알 수 있다. 자기 유사성은 자연과 문화 속 도처에서 발견된다. 예를 들면 고사리와 같은 양치류 식물, 아름다운 눈송이의 구조, 우주의 신비스런 모습, 하천의 흐름, 산맥의 지형, 너울이 밀려오는 해안선의 모습, 새하얀 뭉게구름, 두 개의 거울 사이에서 있는 사람이 무한히 반복되는 것 등이 있다.²¹⁾

20) 양윤희 (2000). 프랙털적 해석에 의한 텍스타일 디자인 응용 가능성에 대한 연구, 이화여자대학교 석사학위 논문, p.17

(2) 불규칙성(Irregularity)

개미집, 식물의 세포조직, 살아있는 나무들은 모두 계속적으로 펼쳐지는 분기구조로 구성된 ‘발생구조’에 의해 자라난다. 이 이상적 기하형태는 두 개의 대칭요소를 가지는 데 한 가지는 기본적인 축이고 다른 하나는 다양한 형태가 반복되면서 그러나 점차 축소된 형태로 자라나는 대칭성이다. 이는 생성의 출발점에서부터 확산되는 성장이라는 전형적 질서이며 공간을 접거하면서 성장하는 보편적인 구조이다. 존 브리그스는 이러한 형태들이 이루는 불규칙성은 절묘하기 짝이 없는데 이는 유클리드 형태 변형의 예외적 상황이 아니며 이러한 예외가 바로 자연을 창조하는 힘의 위력이라고 했다.²²⁾ 예술가에게 있어 불규칙성은 필수불가결의 요소이다. 위대한 예술 작품에는 고전적인 형태 속에서도 규칙의 평정함 속에 혼돈의 힘이 항상 나타나 있음을 알 수 있는데 모든 위대한 예술은 질서와 혼돈의 성장, 정체의 팽팽한 긴장을 추구한다²³⁾. 예술가들은 하나의 선에 있어서 조차 그 다양한 농도, 구체화된 에너지, 내제되어 있는 생명력 등의 미묘한 불규칙성을 알고 있으며 그것이 예술 작품을 보다 아름답고 진실하게 만드는 중요한 요소임을 인정한다.²⁴⁾

(3) 무작위성(Randomness)

무작위적인 프랙털은 반복, 점진 척도를 불규칙적이고 임의로 선택함으로써 해안선, 산맥, 행성 등을 진짜처럼 보이도록 만들 수 있다. 무작위적인 프랙털은 갖가지 재질, 고분자 합성 화학물질과 고체 표면 같은 것에 깊이 관계되어 있는데 현재 이것들의 물리적인 형태뿐 아니라 성장하는 과정까지도 기술해 낼 수 있다.²⁵⁾ 예술에 있어서의 무작위성이란 우연의 효과가 있음으로써 얻어지는 미적인 충격을 체험하게 하는 것이다. 이것은 관찰자가 작품을 볼 때 그냥 지나치지 않고 잠시 생각할 수 있게 시선을 잡아둘 수 있도록 한다. 자연스런 리듬은 필연적으로 화구의 사용방식을 조절하는 손의 움직임보다 넓고, 길고, 가볍게 한다. 이러한 생각을 갖고 제작한 회화의 방식 중 하나가 붓으로 그림을 그리는 대신, 물감을 붓거나 흘려서 일종의 미적 혼돈을 가져오게 하는 방법이다²⁶⁾.

21) Gleick, J. 저, 박배식, 성하운 옮김 (1993). *카오스*, 동문사, p.128

22) Briggs, J. & Peat, F. D. (1989). *Turbulent Mirror*, Happer and Rown Publisher,

23) 송록영 (2006). 앞의 책. p.314.

24) Briggs, J. (1992). *Fractals*. Touchstone, p.158.

25) Briggs, J. & Peat, F. D. (1989). 김광대, 조혁 옮김 (1991). *혼돈의 과학*. 범양사, p109

26) 정병관 외 (1987). *현대 미술의 동향*, 미진사, p282

(4) 프랙털 차원(Fractal Dimension)

만델브로트는 꼬인 실뭉치의 차원에 대한 설명을 통해서 물체의 차원은 사람의 관점에 따라 달라질 수 있다고 했다. 실뭉치를 멀리서 보면 점으로 보이기 때문에 0차원으로 간주할 수 있으나 더 가까워서 보면 꼬인 실은 1차원의 선이라고 할 수 있다. 이러한 실 덩어리는 부피를 갖고 3차원 공간을 채운다. 이렇듯 미시적 관점에서 보면 꼬인 실은 3차원의 기둥이 되지만 그 기둥은 다시 1차원의 섬유로, 섬유는 다시 0차원의 점으로 분해 된다.²⁷⁾ 이러한 특이한 성격의 차원을 정확히 표현하기 위해 만델브로트는 프랙털 차원(Fractal Dimension) 개념을 만들었다. 이 프랙털 차원을 수학자들은 도형의 복잡도를 수치화한 것이라고 풀이하며 복잡한 도형일수록 차원의 수치가 커진다. 유클리드 기하학에서 사용하는 0차원, 1차원, 2 차원 등의 정수 차원으로는 분명하게 정의할 수 없는 기하체들이 많다는 점이 그의 생각이었고 비정수로 표현할 수 있는 차원을 생각해 내었다. 이 프랙털 차원을 수학자들은 도형의 복잡도를 수치화한 것이라고 풀이하며 복잡한 도형일수록 차원의 수치가 커진다. 해안선의 길이를 잴 수 없지만 길이가 발산하는 속도를 프랙털 차원으로 기술할 수 있는데, 이 값이 크면 클수록 해안선의 모양이 더 복잡하다고 할 수 있다.

(5) 비선형성(Non-linearity)

선형이란 말은 공학이나 과학의 기본적인 이론으로 특정한 시스템에 입력 값의 변화가 작으면 출력의 변화가 작고, 입력의 변화가 크면 그에 비례하여 출력의 변화가 커질 경우를 선형이라 한다. 반면에 비선형은 입력의 작은 변화가 출력에 큰 변화를 가져오거나 또는 입력에 큰 변화가 있어도 출력에 변화가 없는 경우, 즉 선형이 아닌 경우를 비선형이라고 한다. 비선형적인 성질을 갖는 대상물은 입력의 작은 변화가 출력되어 예상치 못한 변화를 일으키는 현상, 즉 초기 조건에 민감한 의존성을 가지고 있는데, 이러한 현상은 지구를 둘러싸고 있는 대기에서 자주 발견된다. 기상학에서는 이러한 현상을 ‘나비효과’라고 부른다.²⁸⁾ 즉 비선형성이란 주로 초기 조건의 민감성에 의하여 결과가 원인에 비례하지 않고 전혀 새로운 상태로 발전되는 성질을 말한다.

(6) 비예측성(Unpredictability)

베르너 하이젠 베르그(Werner Heigenberg)에 의해 발전된 양자역학에서의 불확정성 원리는 원자 이하 크기의 입자 위치와 운동량을 동시에 정확히 알 수 없다는 것을 표현한다. 불확정성의 원리로 인해 입자의 운동을 기술하는데 확률을 필요로 하게 되었다. 비선형 방정식을 통

27) Gleick, J. (1991). 박배식, 성하운 옮김, (1993) 앞의 책. p.121

28) 김선아 (1999). 앞의 책. p.67

해 혼돈을 섬세하게 연구하는 과학자들은 복잡한 사건들이 어떻게 나타나는가 하는 직관을 얻을 수는 있지만 언제 어디서 일어나는가 하는 정확한 예측은 할 수 없다. 이것은 우리가 속한 비선형 세계에서는 실제적으로나 이론적으로 정확한 예측이 불가능하기 때문이다.²⁹⁾ 두 가지 이상의 형태가 서로 맞물리면서 연속성, 다양함 등이 부여되면 이전과는 다른 새로운 형태와 감각이 창출된다. 이러한 비예측성은 모든 자연현상에 내포되어 있으며, 이러한 비예측성의 복잡성과 다양성으로 인해 우리는 자연 현상을 선형적 사고에 입각해서는 정확히 예측할 수 없다.³⁰⁾

2. Kai's Power Tools(KPT)

카이 크라우즈(Kai Krause)에 의해 개발된 Kai's Power Tools(KPT)은 어도비 포토샵(Adobe Photoshop)과 코렐 포토페인트(Corel Photopaint)의 효과적인 활용을 위해 고안된 Application programming interface(API) plugins의 구성요소이다. KPT는 다양한 필터 기능으로 업그레이드되어 KPT3, 5, 6 그리고 X 버전으로 다양하게 출시되어왔다. 이러한 프로그램의 특징은 물체의 보다 복잡한 부분을 사용자가 자유롭게 이동하여 독특한 모양을 나타낼 수 있게 한다는 것이다.

카이 크라우즈의 회사는 메타크리에이션스(MetaCreations)사와 합자로 1992년 KPT라는 혁신적인 제품을 출시한 이래 다양한 버전의 KPT를 출시하였다. 1990년 후반에 메타크리에이션스사는 다양한 그래픽 소프트웨어를 계속해서 발전시켜왔고 카이 크라우제 책임 하에 Kai's Power Tools(KPT), Live Picture, KPT Bryce, Kai's Power Show, Kai's Power Goo, KPT Convolver, Kai's Photo Soap and POSER와 같은 제품들을 개발하였다.

1) Kai's Power Tools(KPT) 사용 방법 및 응용

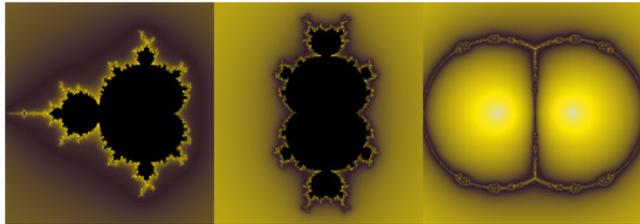
KPT 프로그램은 KPT 3.0에서 7.0까지 다양한 버전이 있지만 각각의 버전마다 서로 다른 특성을 가지고 있기 때문에 서로 호환하여 주로 사용한다. KPT 프로그램의 이용방법 중에서 본 연구 논문에 가장 핵심적으로 이용되었던 KPT 5.0 의 KPT 프랙스플로러(KTP FaxPlover) 프로그램의 사용방법을 소개하면 다음과 같다.

KPT 프랙스플로러는 KPT 2.1 버전에서 프랙털 알고리즘과 새로운 컬러 스타일이 첨가된 프로그램이다. 이 프로그램은 거의 무한한 zoom을 이용하는 새로운 방법으로 프랙털의 기본 구조를 확대할 수 있다. 유니버스 맵퍼 패널(Universe Mapper panel)을 이용하면 프랙털 공간을

29) 김아인 (2002). 프랙털 기하학의 비선형적 특성을 이용한 지역 문화공간 디자인 연구, 이화여자대학교 석사학위 논문, p.23

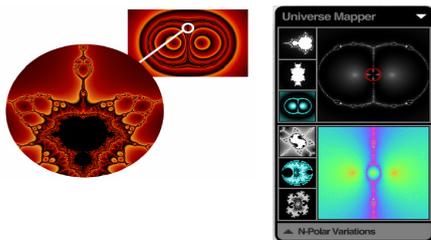
30) 김고는 (2004). 바구니 형태의 프랙털 기하학 조형원리를 적용한 패브릭 디자인, 이화여자대학교 석사학위 논문, p.18

다양하게 탐험할 수 있다.<그림 7> 이 세 가지 프랙털 형태는 기본적으로 변하지 않는 기본적인 구조이고, 이 프랙털을 통해 다양한 점들을 위치시키고 줌인(Zoom-in) 하거나 줌 아웃(Zoom-out)함으로써 다양한 모양을 얻을 수 있다.

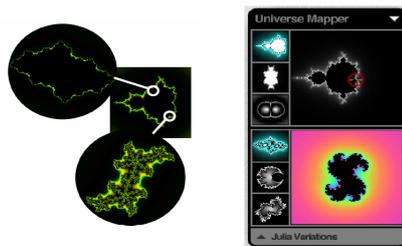


<그림 7> 세 가지 기본적인 프랙털 형태, 만델브로트(왼쪽), 만델큐브(가운데), 뉴턴브로트(오른쪽)

유니버스 맵퍼 패널의 윗부분을 이용하여 세 가지 프랙털 타입 중의 하나를 선택할 수 있다. 맨 위 쪽의 미리보기 창은 미리보기 기능과 탐지의 기능을 할 수 있다. 아래 왼쪽의 세 아이콘은 사용자가 탐험하고자하는 기본 프랙털의 변형을 나타낸다. 탐지 아이콘은 아래의 미리보기에서 변환 시의 활성화 내용을 보여주고, 패널의 아래 부분은 변환된 모습을 보여준다. 극 변환(Polar variations)을 나타내기 위해서는 KPT 프랙스플로러를 이용하여 기본 프랙털에 점을 위치시킨 후에 안에서 밖으로 변환시킨다. 안쪽이 검은색이고 바깥쪽이 색깔이 있는 기본 프랙털에서 위치를 이동시키면 극 변환은 안쪽이 색깔이 있고 바깥쪽이 검정색이 된 형태로 변환이 된다. <그림 8>은 뉴턴 브로트 집합을 선택한 후 아래의 N-극 변환 기능을 이용하여 프랙털을 생성시키는 모습이고, <그림 9>는 만델브로트 집합을 선택한 후 아래의 줄리아 변환 기능을 이용하여 프랙털을 생성시키는 모습이다.



<그림 8> 뉴턴브로트 집합으로 줌인한 이미지



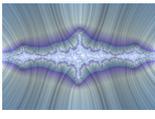
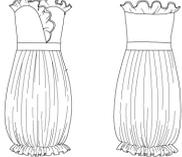
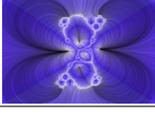
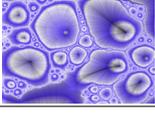
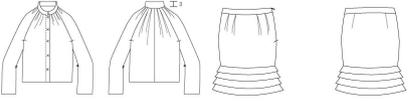
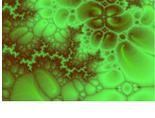
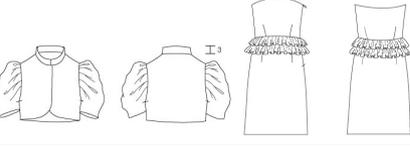
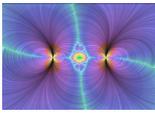
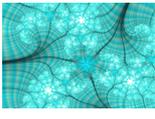
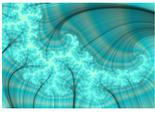
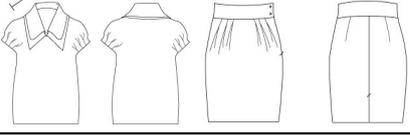
<그림 9> 만델브로트 집합을 선택한 후 줄리아 변환 기능을 이용한 이미지

III. 작품 제작

1. 디자인 전개

과학이론인 프랙털 기하학에서 얻은 디자인 모티브를 다품종 소량생산에 적합한 새로운 과학기술인 디지털 날염 프린팅을 통해 표현하고 이를 패션디자인에 적용하였다. 이를 통해 의상디자인의 표현 영역을 확대하고 패션디자인에 적용이 가능한 독창적인 패턴을 개발이 가능하였다. 프랙털 기하학을 의상디자인에 응용하는 것은 자연 과학을 예술의 형태로 재창조한 측면에서 무한한 응용, 발전 가능성이 있는 영역으로, 과학과 예술의 상호이해와 교류를 통한

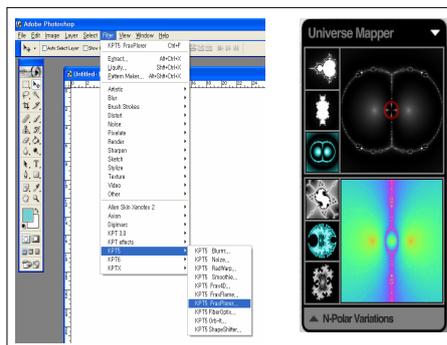
<표 1> 디자인 전개

번호	이미지		소재	구성	실루엣
	원천이미지	응용 이미지			
I			실크트weed, 실크조켓	원피스	
II			실크트weed, 실크	원피스	
III			수직실크	재킷, 스커트	
IV			수직실크	원피스, 블레로 재킷	
V			실크샤무즈, 폴리공단	롱 블라우스, 팬츠	
VI			수직실크	블라우스, 스커트	

인간, 과학, 그리고 예술의 조화로운 발전을 추구한다는 의미를 가질 수 있다.

2. 작품 제작 과정

작품 제작을 위한 과정은 크게 3단계로 나누어 진행되었다. 첫 번째 과정은 프랙털 이미지의 창조이다. 프랙털 이미지의 창조는 포토샵 (Adobe Photoshop CS) 프로그램에 프랙털 생성 프로그램인 Kai's Power Tools을 첨가하여 다양한 프랙털 패턴을 창조하였다. <그림 32>의 왼쪽에서 보는 바와 같이 포토샵 프로그램에서 Filter 기능을 통해 KTP5를 클릭하고 KTP5 프랙스 플로러를 실행시킨다. 프랙스 플로러 프로그램을 열면 다양한 프랙털 패턴을 생성 시킬 수 있는데, <그림 32> 오른쪽에서 보이는 유니버스맵퍼 창을 통해 위 쪽 세 영역에서 기본적인 프랙털 모형 중에 하나를 선택하면 오른쪽 창에 생성된 이미지가 나타나고, 이를 통해 아래창의 3가지 기능을 선택함으로써 프랙털을 원하는 대로 변형시킬 수 있다.<그림 33> 왼쪽 아래의 프랙스 스타일 기능을 이용하면 모자이크, 리본, 가시 등의 패턴을 갖는 프랙털을 다양하게 나타낼 수 있고, 컬러와 명암 그리고 농도를 다양하게 선택하여 원하는 색상과 명도를 표현할 수 있다. 생성된 프랙털 패턴을 확대 또는 축소함으로써 직물에 나타낼 수 있는 문양으로 완성된다.



<그림 10> KPT프로그램과 유니버스 매퍼



<그림 11> 프랙스스타일 창과 컬러그라디언트 창

다음 과정은 디지털 날염 프린팅을 이용하여 프랙털 이미지를 직물에 프린트하는 것이다. 완성된 프랙털 이미지를 실크 소재의 원단에 출력하였다.<그림 34> 마지막 과정으로 디지털 날염 프린팅을 통해 프랙털 이미지를 나타낸 패브릭을 이용하여 화려하면서도 실용적인 의상을 제작하였다.



<그림 12> 디지털 날염 프린팅을 통해 출력하는 모습

3) 작품 제시

작품 1은 KPT에서 뉴턴브로트와 N-극 변환을 이용하여 프랙털 기본 구조를 만들어 내었고, 이것을 특정 부분을 확대시켜 프랙털 모티브를 도출하였다. 이 프랙털 모티브는 다양한 크기의 비숫방울 형태의 구조가 서로 유사한 모습을 띄면서 무한 반복되어 프랙털의 조형원리인 자기유사성의 특징을 나타내 주고 있다. 소재는 실크 트윅과 실크 조켓을 사용하여 디지털 텍스타일 프린팅 하였다. 전체적인 실루엣에서 원피스의 여성스러움을 강조하기 위하여 불규칙적인 러플을 티어드하게 연결해 주었고, 러플의 양을 풍성하게 살리기 위하여 밑단에 플라스틱 와이어를 사용하여 러플의 유연함을 강조하고 우아한 느낌을 주어 실루엣에서도 프랙털 조형원리인 중첩과 반복을 표현하고자 하였다.

작품 2는 KPT에서 만델브로트와 줄리아 변환을 이용하여 프랙털 기본 구조를 만들어 낸 후, 특정 부분을 확대시켜 프랙털 모티브를 도출하였다. 이 프랙털 모티브는 나뭇잎 형태의 구조가 서로 얽히면서 전체적으로 나뭇잎이 생동감 있게 펼쳐져 있는 구조이다. 이러한 구조는 가까이에서 보더라도 동일한 기하학적 형태로 나타나게 되는데, 이는 프랙털의 조형원리인 자기유사성과 비선형성의 특징을 나타내 주고 있다. 나뭇잎 가장자리 모양과 조화를 주고자 러플이 있는 벌룬 실루엣의 원피스를 디자인하였다. 가슴 부분의 러플장식을 입체적으로 고정하기 위하여 와이어를 넣어었다. 스커트의 풍성한 느낌을 표현하기 위하여 한쪽 방향으로 주름을 잡은 사이드 플리티드 스커트로 하였고, 스커트 밑단에 고무줄을 연결하여 짧은 길이의 개더를 잡아주어 활동성의 편안함을 더하여 주었다. 전체적인 실루엣에서 가슴 부분의 러플장식은 프랙털 조형원리의 무작위성을 표현해 주며, 스커트의 주름과 개더는 반복의 효과를 나타내고 있다.

작품 3은 KPT에서 뉴턴브로트와 N-극 변환을 이용하여 프랙털 기본 구조를 만든 후, 특정 부분을 확대시켜 프랙털 모티브를 도출하였다. 이 프랙털 모티브는 잠자리 날개 형태와 부분적으로 번개와 같은 기하학적 무늬로 형상화되었다. 이러한 구조는 프랙털의 조형원리인 자

기유사성과 스케일링 변환, 반복의 특징을 나타내 주고 있다. 이러한 특징을 살려 원피스와 볼레로 재킷을 제작하였다. 원피스에는 스케일이 확대된 부분적인 패턴을, 볼레로에는 축소된 전체적인 패턴을 프린트하여 조화와 변환을 동시에 표현하였다. 볼레로 소매의 턱과 원피스의 프릴 장식은 프랙털 조형원리의 무작위성과 반복을 나타내주고 있다.

작품 4는 KPT에서 만델브로트와 줄리아 변환을 이용하여 프랙털 기본 구조를 만든 후, 특정 부분을 확대시켜 프랙털 모티브를 도출하였다. 이 프랙털 모티브는 꽃잎을 형상화하여 밝고 화사한 느낌을 주었다. 이러한 구조는 무작위하게 생성된 프랙털 이미지가 현실의 어떠한 사물과 흡사한 모양을 갖는 독특한 형태라고 할 수 있다. 롱 블라우스와 팬츠를 제작하였는데, 롱 블라우스의 앞판에 꽃잎을 형상화한 패턴을 배치하여 강조하였다. 롱 블라우스의 실루엣에서 캡 소매의 주름을 잡아 프랙털 특징인 중첩을 나타내 주었다. 가슴 라인을 둥글게 디자인하여 소매와 이어지는 부분을 자연스럽게 연출하였다. 롱 블라우스의 밑단 옆선에는 슬릿을 주어 활동성을 더해주었다.

작품 5는 KPT에서 만델큐브와 줄리아 큐브변환을 이용하여 프랙털 기본 구조를 만든 후, 특정 부분을 확대시켜 프랙털 모티브를 도출하였다. 이 프랙털 모티브는 대표적인 프랙털 모형 중의 하나인 브로컬리를 형상화하였다. 이러한 구조는 프랙털의 조형원리인 자기유사성과 비선형성, 불규칙성의 특징을 나타내 주고 있다. 블라우스의 포인트로 칼라를 두 겹으로 하여 입체감을 표현해 주었으며, 소매 부분의 주름을 봉긋하게 잡아 여성스러운 느낌을 살려주었다. 전체적인 파스텔톤 색상이 은은한 느낌을 주면서 두 겹의 칼라 중 아래칼라와 스커트의 하이 웨이스트 벨트를 배색하여 포인트를 주었으며 블라우스를 스커트 안에 넣어 입었을 때 허리를 피트되게 강조하여 연출하였다. 소매와 칼라에서 부분적으로 반복과 중첩의 프랙털 조형원리를 나타내었다.

작품 6은 KPT에서 뉴턴브로트와 N-줄리아 극변환을 이용하여 프랙털 기본 구조를 만든 후, 특정 부분을 확대시켜 프랙털 모티브를 도출하였다. 이 프랙털 모티브는 물방울 형태가 다양한 크기로 조합되어 전체적으로 거품이 모여 있는 듯한 구조이다. 크기가 서로 다른 원들이 일그러져 있는 형태로 조합된 이러한 구조는 프랙털의 대표적인 유형이라고 할 수 있는데, 프랙털 조형원리인 자기유사성과 불규칙성, 반복, 스케일링 변환 등의 특징을 잘 나타내 주고 있다. 재킷과 스커트의 투피스 전체에 패턴을 배치하여 투피스이지만 하나의 패턴으로 연결된 느낌을 주고자 하였다. 재킷의 실루엣은 라글란 슬리와 네크라인을 향하여 턱을 잡아 여유 있게 표현하고, 스탠드 칼라로 마무리해 주었다. 세미타이트 스커트의 햄라인을 티어드하여 여성스러움이 느껴지도록 연출하였다. 스커트의 티어드한 구조는 프랙털 조형원리의 반복과 중첩을 나타내주고 있다.



<그림 13> 작품사진

IV. 결 론

본 연구는 과학이론인 프랙털 기하학에서 얻은 디자인 모티브를 다품종 소량생산에 적합한 새로운 과학기술인 디지털 날염 프린팅을 통해 표현하고 이를 패션디자인에 적용함으로써 디자인의 표현 영역을 확대하는 동시에 패션디자인에 적용이 가능한 독창적인 패턴을 개발하여 고부가 가치의 패션을 창조하는 것이다. 본 연구의 결과를 토대로 한 결론은 다음과 같다.

첫째, 프랙털이 가지고 있는 독특하면서 화려한 색채와 문양은 현대 패션에서 다양하게 표현될 수 있다. Kai's Power Tools을 이용하여 컴퓨터로 하나의 기본 도형을 바탕으로도 수만 가지의 다른 효과를 낼 수가 있는데, 이는 고유하고 독창적인 디자인 패턴을 창조하는데 매우 중요한 도구가 될 수 있을 것이다. 둘째, 프랙털이 가지고 있는 변화와 비례 그리고 자기닮음적 특징은 움직이는 인체를 대상으로 하는 조형물인 의상에 적용시켰을 때, 보이는 시각에 따라 여러 가지 느낌을 줄 수 있다는 면에서 특유의 미적가치를 찾을 수 있다. 멀리서 보일 때의 무늬와 패턴에 대한 이미지가 가까운 거리에서 다시 관찰되었을 때 유사하면서도 독특한 다른 느낌을 줄 수 있는 점은 프랙털만의 고유한 특징이라고 할 수 있다. 셋째, 컴퓨터를 이용한 프랙털 이미지 창조와 디지털 날염을 이용한 표현 및 의상 제작은 간단하고 편리하여 단시간에 의상을 제작할 수 있고, 각 과정에서 수정과 변화를 쉽게 꺾을 수 있다는 장점이 있다. 이는 현대 사회가 급변하고 패션의 주기가 짧아지는 그리고 자신만의 개성 있는 디자인을 추구하는 패션 풍조에 가장 부합되는 측면이기도 하다.

본 연구에서는 수학, 과학적 원리인 프랙털을 재조명하고 이를 의상디자인에 접목시킴으로써 다학문적 결합을 추구하였다. 과학과 예술이 인간과 결합되어 새로운 프랙털 미학을 제시하여 프랙털 원리를 보다 폭넓게 응용하고자 하였다. 또한, 자기유사성, 부작위성, 비선형성, 비예측성 등 창조적 조형 가능성을 가진 프랙털 기하학을 제작의 효율성과 현대 사회의 요구에 부합되는 기능을 갖춘 의상디자인에 접목시킴으로써 패션의 새로운 방향을 제시하고자 하였다. 본 연구에서는 프랙털 기하학의 패턴을 프린트하여 의상에 적용하는 방법을 위주로 작품을 제작하였다는 아쉬움이 있다. 후속 연구에서는 프린트뿐만 아니라 실루엣이나 디테일에 프랙털 기하학을 적용하는 의상디자인도 시도될 수 있을 것이다.

참고문헌

김고은 (2004). 바구니 형태의 프랙털 기하학 조형원리를 적용한 패브릭 디자인, 이화여자대학교 석사학위 논문

- 김선아 (1999). 컴퓨터 프로그램을 활용한 패션 일러스트레이션 연구, 이화여자대학교, 석사학위논문
- 김선아, 김혜연 (2001). 프랙털 프로그램을 응용한 패션 일러스트레이션 연구, *복식* 51(2), p.184
- 김용운, 김용국 (1998). *프랙털과 카오스의 세계*. 우성출판사.
- 김희수 (1995). 프랙털 기하학의 이해와 디자인에의 응용가능성에 관한 연구, 이화여자대학교, 석사학위논문, p.15
- 송록영 (2006). 프랙털 기하학에 근거한 텍스타일디자인 연구. *한국기초조형학회지* 7(1), p.311
- 양윤희 (2000). 프랙털적 해석에 의한 텍스타일 디자인 응용 가능성에 대한 연구, 이화여자대학교 석사학위 논문, p.17
- Gleick, J. (1991). 박배식, 성하운 옮김 (1993). *카오스* 동문사, p.128
- 홍수화 (2001). 카오스 프랙털 패러다임에 기초한 컴퓨터그래픽 작품의 세계관에 관한 연구, *국민대학교 커뮤니케이션디자인학회*, 8, p.54
- 위키백과사전. 자료검색일 2008년 4월 18일. 자료출처 <http://ko.wikipedia.org>
- 정병관 외 (1987). *현대 미술의 동향*. 미진사, p.282
- Briggs, J. & Peat, F. D. (1989). 김광대, 조혁 옮김 (1991). *혼돈의 과학*. 범양사, p.109
- Briggs, J. (1992). *Fractals*. Touchstone, p.158.
- Briggs, J. & Peat, F. D. (1989). *Turbulent Mirror*. Happer and Rown Publisher
- Campbell, J. & Parsons, J. (2005). Taking advantage of the design potential of digital printing technology for apparel. *Journal of Textile and Apparel Technology Management*, 4(3)
- fractal art of fractal, 자료검색일 2008년 4월 18일. 자료출처 <http://www.afactal.com/fractal.htm>
- Peitgen, J. Jürgens, H. & Saupe, D. (1991). *Chaos and Fractal*, Springer-Verlag, p.34
- Peitgen, J. Jürgens, H. & Saupe, D. (1991). 신인선, 류희찬 옮김 (1998). *수학교사를 위한 프랙털 기하학*. 경문사. p.114